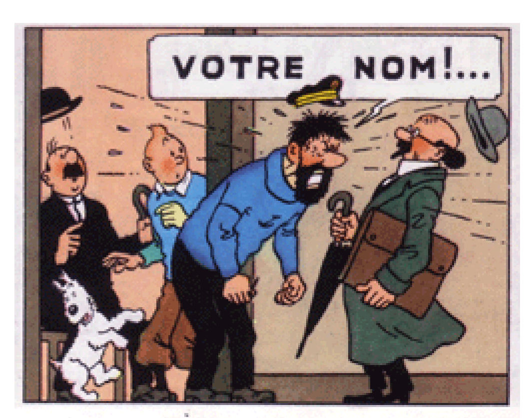
Cours n°13: Diagrammes de Bode

Les gains et déphasage des filtres étudiés dans la leçon précédente ne sont pas bien représentés dans des graphes linéaires car les traitements asymptotiques réservés aux fréquences filtrées n'apparaissent pas clairement. Les diagrammes logarithmiques de Bode, qui donnent un poids égal à chaque décade (ensemble de fréquences dans un rapport extrême de 10) montrent clairement ces comportements. De plus vous utiliserez aussi ces diagrammes en SI pour quantifier la stabilité des systèmes. La lecture du paragraphe I suivant nous renseignera sur l'histoire de ces diagrammes et leur motivation.





Le Trésor de Rackam le Rouge- Les Aventures de Tintin- Hergé Casterman

I) Bell et Bode

1) Histoire

Alexander Graham Bell (3 mars 1847 à Édimbourg en Écosse - 2 août 1922 à Beinn Bhreagh au Canada) est un scientifique, un ingénieur et un inventeur britanno-canadien, qui est surtout connu pour l'invention du téléphone, pour laquelle l'antériorité d'Antonio Meucci a depuis été officiellement reconnue le 11 juin 2002 par la Chambre des représentants des États-Unis. Il a été lauréat de la Médaille Hughes en 1913. La mère et la femme (Mabel Gardiner Hubbard) d'Alexander Bell étaient sourdes, ce qui a sans nul doute encouragé Bell à consacrer sa vie à apprendre à parler aux sourds. Il était professeur de diction à l'université de Boston et un spécialiste de l'élocution, on dirait aujourd'hui phonologue ou phoniatre. Le père, le grand-père et le frère de Bell se sont joints à son travail sur l'élocution et la parole. Ses recherches sur l'audition et la parole l'ont conduit à construire des appareils auditifs, dont le couronnement aurait été le premier brevet pour un téléphone en 1876. Bell considéra par la suite son invention la plus connue comme une intrusion dans son travail de scientifique et refusa d'avoir un téléphone dans son laboratoire

Hendrik Wade Bode (24 décembre 1905 - 22 juin 1982) est un ingénieur, chercheur et inventeur américain d'origine néerlandaise. Pionnier de la régulation moderne et des télécommunications, il a révolutionné ces domaines tant dans leurs contenus que dans leurs méthodes d'application. Ses recherches ont eu un impact sur de nombreux autres domaines de l'ingénierie, et ont posé les fondations d'innovations récentes telles qu'ordinateurs, robots ou téléphones portables. Reconnu depuis longtemps dans le monde scientifique, il est plus particulièrement connu des étudiants pour avoir mis au point les diagrammes de Bode, une méthode de représentation de l'amplitude et de la phase d'un système.

À sa sortie de l'université, il est recruté par **les Laboratoires Bell** à New York, où il débute comme concepteur de filtres électroniques. En 1929, il est assigné au Groupe de recherches mathématiques des Laboratoires Bell[2], où il se montre particulièrement doué dans ses recherches sur la théorie des réseaux électroniques et ses applications aux télécommunications. Encouragé par les Laboratoires Bell, il intègre l'Université Columbia où il obtient un doctorat de physique en 1935.

En 1938, il met au point les diagrammes de Bode. Ses travaux sur les systèmes de rétroaction ont conduit à de nouvelles méthodes d'analyse de la stabilité d'un système. Ces méthodes permettent aux ingénieurs d'étudier la stabilité dans le domaine temporel en utilisant les concepts de gain et de déphasage dans le domaine fréquentiel, à l'aide de ces diagrammes désormais célèbres. Ses méthodes d'analyses dans le domaine fréquentiel sont bien plus simples et rapides que l'étude dans le domaine temporel utilisée jusqu'alors. Ses travaux fournissent aux ingénieurs à la fois une méthode d'analyse de stabilité simple et intuitive, et un outil de conception de systèmes qui est aujourd'hui aussi populaire qu'il était révolutionnaire à l'époque.

À l'approche de la Seconde Guerre mondiale, Bode oriente ses recherches vers des applications militaires, un choix qui le suivra jusqu'à la fin de sa carrière. Il s'engage au service de son pays auprès du National Defense Research Committee (NDRC) où son rôle est de concevoir des systèmes de contrôle anti-aériens automatiques. Les informations radar sont utilisées pour fournir des données sur la position des appareils aériens ennemis, lesquelles sont ensuite retransmises aux servomécanismes de l'artillerie anti-aérienne, permettant ainsi d'améliorer le suivi balistique des cibles aériennes. Autrement dit, automatiser le tir anti-aérien à l'aide d'un radar. Les servomoteurs utilisés sont à la fois alimentés en énergie électrique et hydraulique, cette dernière étant principalement utilisée pour manœuvrer l'artillerie lourde.

Les Laboratoires Bell — Bell Telephone Laboratories ou AT&T Bell Laboratories —, plus connus sous l'appellation de Bell Labs, ou Les Bell Labs), furent fondés en 1925 et implantés à Murray Hill dans l'État américain du New Jersey. En 2009, ils font partie du centre de recherche et développement d'Alcatel-Lucent. Bell Labs a déposé plus de 29 000 brevets et en dépose actuellement 3 nouveaux chaque jour . Les recherches menées aux laboratoires Bell ont eu une importance capitale dans des domaines tels que les télécommunications (réseau téléphonique, transmission télévisuelle, communications satellite, etc.) et l'informatique (transistor, Unix, C et C++, etc.). Ce sont des laboratoires Bell que proviennent aussi le transistor, la cellule photoélectrique, le laser et l'extraordinaire développement des communications par fibre optique.

Le Laboratoire A. G. Bell, parfois appelé le Volta Bureau a été édifié à Washington, D.C. à la demande d'Alexander Graham Bell. En 1880, le gouvernement français avait décerné le Prix Volta, doté de 50 000 francs-or, à Bell pour l'invention du téléphone. L'inventeur américain les employa à la construction de ce laboratoire Volta[2]. Ses collaborateurs, Sumner Tainter et Chichester Bell, s'y consacraient à l'analyse sonore, à l'enregistrement et à la retransmission du son. Bell réinvestit une part considérable du produit de ces recherches à l'éducation ainsi qu'à la reconnaissance du handicap de surdité. En 1884, l'American Bell Telephone Company créa son Département de Mécanique à partir du Département de l'électricité et des Brevets, formé un an plus tôt.

En 1925, les Laboratoires de recherche de *Western Electric* furent regroupés avec une partie du service d'ingénierie d'AT&T pour former *Bell Telephone Laboratories, Inc*., en tant qu'entité distincte. Le premier président de la recherche en fut Frank B. Jewett, qui demeura à ce poste jusqu'en 1940. *Bell Laboratories* était détenu à parts égales par AT&T et *Western Electric Company*. Sa principale mission consistait à concevoir et réparer les matériels fabriqués par *Western Electric* pour les compagnies d'exploitation de Bell System, y compris les commutateurs téléphoniques. L'assistance aux compagnies téléphoniques allait jusqu'à l'édition des *Bell System Practices* (BSP), une collection complète de manuels techniques. Bell Labs agissait également comme bureau d'études, obtenant l'adjudication de contrats fédéraux, comme le Projet Nike et le programme Apollo. Quelques collaborateurs étaient affectés à la recherche fondamentale, ce qui n'était pas ordinaire, d'autant que plusieurs Prix Nobel furent issus de cette pépinière.

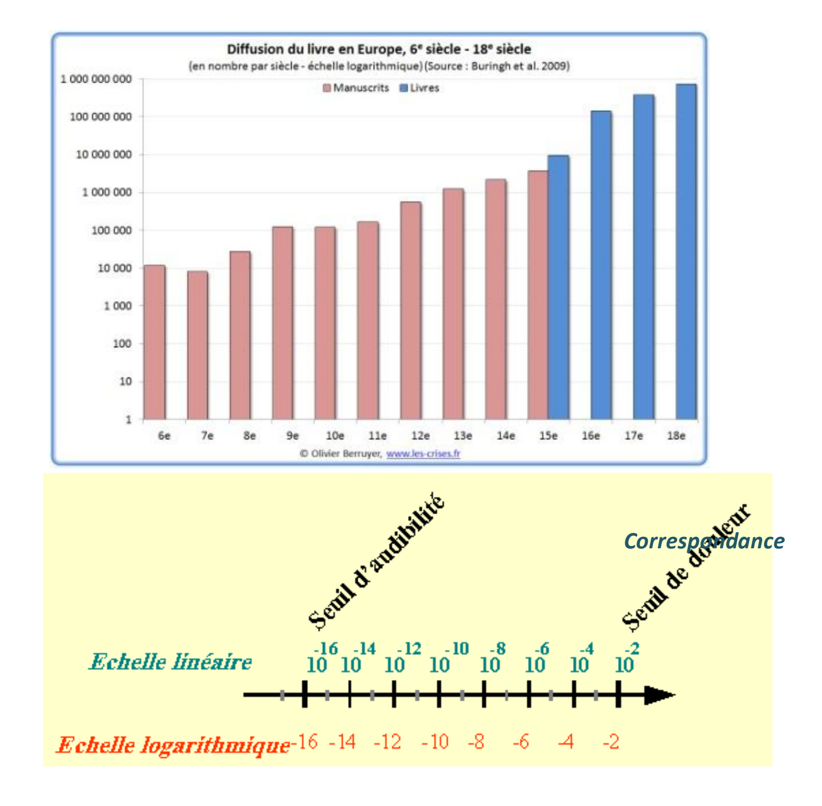
Quelques chercheurs ayant travaillé pour les laboratoires Bell :

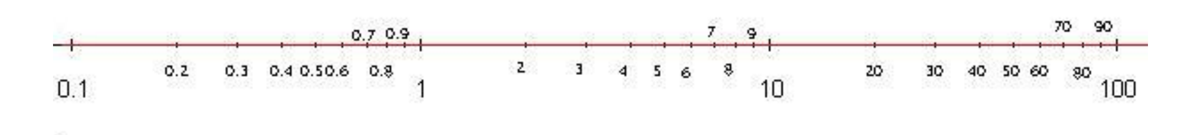
- John R. Carson, inventeur de la modulation en bande latérale unique et de la modulation de fréquence
- Karl Guthe Jansky (découvreur du premier signal radio extraterrestre)
- Clinton Joseph **Davisson** (Prix Nobel 1937) et Lester **Germer** (découverte de la diffraction des électrons par les cristaux)
- John **Bardeen**, William **Shockley** et Walter Houser **Brattain** (Prix Nobel 1956 pour l'invention du transistor en 1947)
- Arno Allan **Penzias** et Robert W. **Wilson** (Prix Nobel de Physique 1978 pour la découverte du fond diffus cosmologique)
- Philip Warren Anderson (Prix Nobel 1977 pour la localisation des électrons dans les milieux désordonnés)
- Alan **Turing** en 1943. Il y rencontre Claude Shannon[8].
- Claude **Shannon** (théorie de l'information), de 1941 à 1972
- Max Mathews (MUSIC premier langage de programmation sonore écrit en 1957)
- John Robinson Pierce
- Sergei Alexander Schelkunoff
- Harald T. Friis
- Harold Stephen **Black** (amplificateurs feedforward et à Contre réaction)
- Kenneth Thompson (Unix et Plan 9)
- Rob Pike (Plan 9 et Inferno)
- John Tukey (statisticien, co-inventeur de la Transformée de Fourier rapide)
- Dennis Ritchie (Langage C)
- Brian Kernighan (Langage C, awk)
- Horst Störmer, (Directeur de laboratoire de physique)
- Bjarne Stroustrup (Langage C++)
- David Korn (créateur du Korn shell)
- Walter A. Shewhart (statistiques)
- Harry **Nyquist** (traitement du signal et théorie de l'information)
- Edward F. Moore (théorie des automates à états finis)
- Willard Sterling Boyle (Prix Nobel de physique 2009 pour l'invention du capteur CCD à base de semi-conducteurs)
- George Elwood Smith (Prix Nobel de physique 2009 pour l'invention du capteur CCD à base de semi-conducteurs)
- Richard Hamming (Prix Turing en 1968)
- John Chambers (co-concepteur du logiciel S et l'un des principaux membre du projet GNU R)

2) Echelle logarithmique

Dans une échelle linéaire verticale 10 000 par rapport à 1000 000 000 ne se verrait pas

Echelle de pH = $-\log_{10}[H_3O^+]$





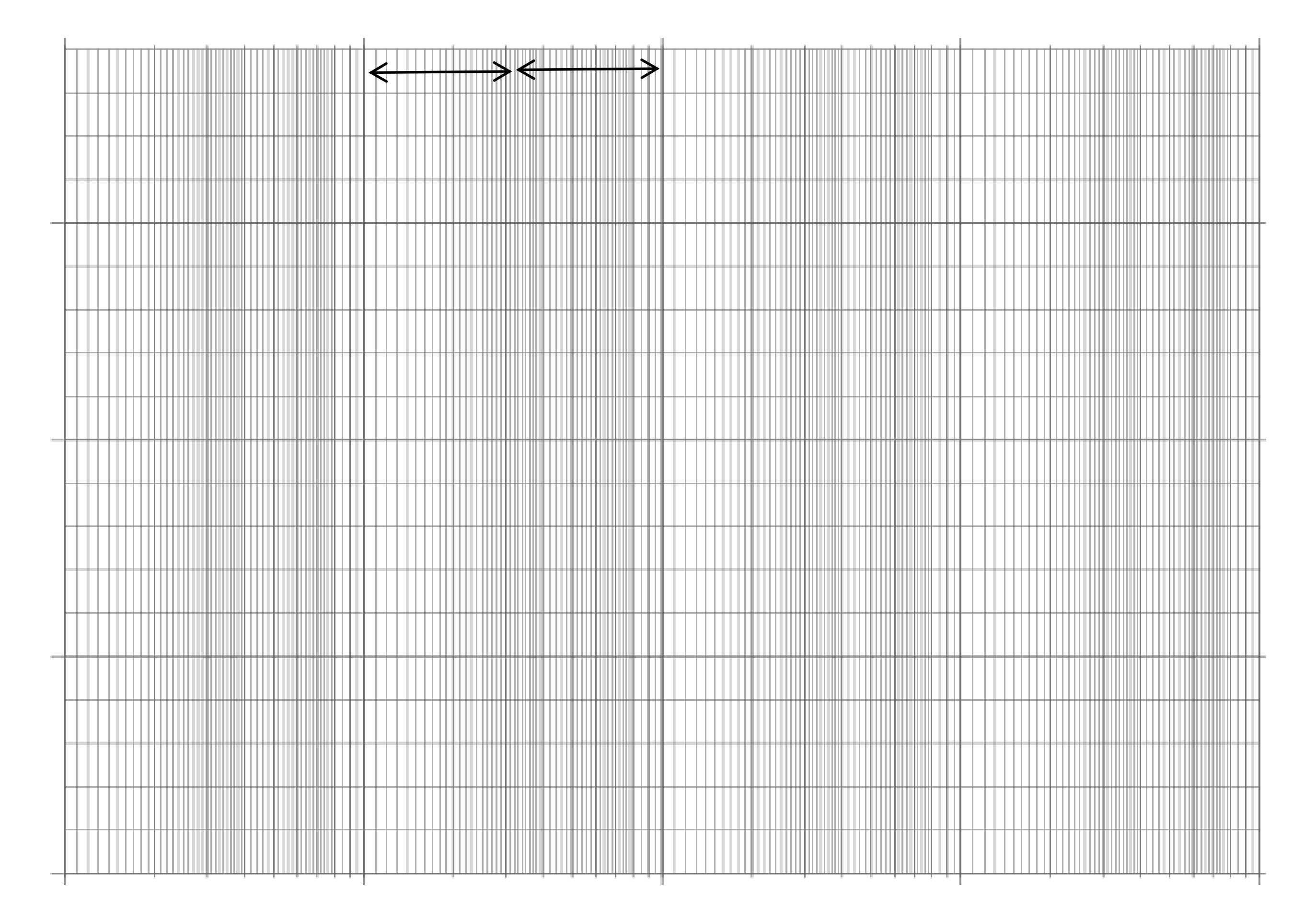
Exemple d'échelle logarithmique

Puissance de 10 : https://www.youtube.com/watch?v=w6cyISYpiZw

Papier semi- logarithmique ; pour l'échelle verticale on portera la phase ou bien 20 $\log_{10}$G. (remarque pour ce dernier graphe, on pourrait utiliser du papier bilogarithmique, mais ce n'est pas l'usage)

1000

0.1 0.2 1 2 3 4 10 13 20 48 100



$\log_{10}(1)=0$, $\log_{10}(2)=0.30$,$\log_{10}(3)=0.48$, $\log_{10}(4)=0.60$,$\log_{10}(5)=0.70$,$\log_{10}(6)=0.78$,$\log_{10}(7)=0.85$,$\log_{10}(8)=0.90$, $\log_{10}(9)=0.95$, $\log_{10}(10)=1$

Quand ça devient trop serré les sous divisions sont de 2 en 2 ou même de 5 en 5

On rappelle que le gain vrai $G = U_{smax}/U_{emax}$

Nous définissons le **gain en décibel** $g = 20 \log_{10} G$, exemple si G=1 alors g=20decibel=2 bel

considérons une amplification de tension de 20dB; soit g = $20\log_{10}\frac{U_S}{U_e} = 20$ *soit* $\log_{10}\frac{U_S}{U_e} = 1$ *soit* $U_S = 10\, U_e$

on a alors $2.10\log_{10}\frac{U_S}{U_e} = 20 \quad 10\log_{10}\frac{U_S{}^2}{U_e{}^2} = 20 \quad 10\log_{10}\frac{P_S}{P_e} = 20 \quad \log_{10}\frac{P_S}{P_e} = 2 \quad \frac{P_S}{P_e} = 10^2$

Pulsation de coupure à -3dB, c'est la fréquence à laquelle le gain vaut $G_{max}/\sqrt{2}$,

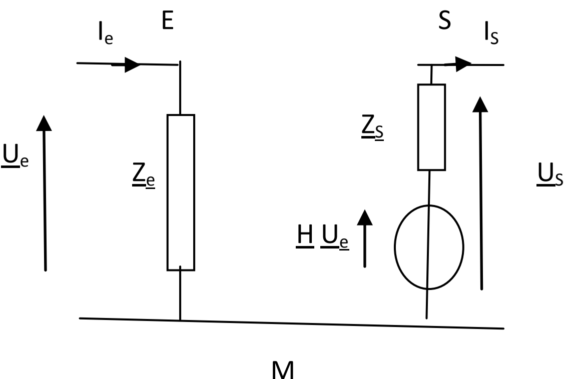
supposons $G_{max}=1$ alors $g_{max}=0$ et on cherche la fréquence ou la pulsation telle que : $g = 20\log_{10}(\frac{1}{\sqrt{2}}) = -3.01dB \approx -3dB$

II) Définition de la fonction de transfert, des impédances d'entrée et de sortie.

On s'intéresse ici a priori uniquement à des filtres passifs

a) Définition de la fonction de transfert (fonction complexe)

$\underline{H} = \left(\frac{\underline{U_S}}{\underline{U_e}}\right)_{\underline{Is}=0}$ **module =gain, argument =déphasage** **Elle est définie à vide (sans charge)**



Exemple de fonctions : PB1, PH1, PB2, PH2, PB, CB

$\underline{H}_{PB1} = H_0 \frac{1}{1+jx}$; *réalisation R,C sortie C* $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ *sortie RL sortie R* $\omega_0 = \frac{R}{L}$

un passe bas d'ordre 1 extrait la aleur moyenne et les composantes de basses fréquences présentes avant la coupure

$\underline{H}_{PH1} = H_0 \frac{jx}{1+jx}$; *réalisation R,C sortie R* $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ *sortie RL sortie L* $\omega_0 = \frac{R}{L}$

Un passe haut réalise l'opération complémentaire et ne laisse passer que les HF

$\underline{H}_{PB2} = H_0 \frac{\frac{jx}{Q}}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}$ $R, L, C sortie R$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$

Un passe bande sélectionne une bande de fréquences autour de sa fréquence de résonance
et ceci de façon d'autant plus sélective que le facteur de qualité est grand

$\underline{H}_{PB2} = H_0 \frac{1}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}$ $R, L, C\ sortie\, C$

Un PB2 est plus selectif qu'un PB1 mais est susceptible de monter en plus de son caractère passe-bas un caractère passe bande si $Q>1/\sqrt{2}$

$\underline{H}_{PH2} = H_0 \frac{-x^2}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}$ $R, L, C\ sortie\ L$

$\underline{H}_{CB} = H_0 \frac{1-x^2}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}$ R,L,C sortie L+C (*complémenatire de R*)

un coupe bande ou réjecteur rejette une bande de frésquence , il est le complémentaire du passe bande et la sortie est prise sur le complémentaire de R

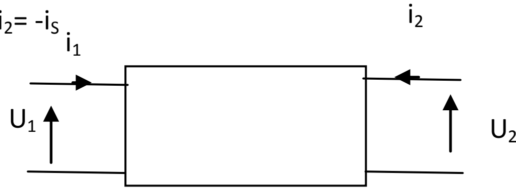
b) Définition de l'impédance d'entrée

$$\underline{Z_e} = \left(\frac{\underline{U_e}}{\underline{I_e}}\right)_{\underline{I_S}=0}$$

c) Définition de l'impédance de sortie

On lit dans un manuel, (le Vuibert), la première définition : $\underline{Z_S} = -\left(\frac{\underline{U_S}}{\underline{I_S}}\right)_{\underline{Ie}=0}$

Avec une écriture matricielle des impédances et avec la convention $i_2 = -i_S$



$$\begin{pmatrix} U_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ U_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{pmatrix} \rightarrow Z_S = \left(\frac{U_2}{i_2}\right)_{i_1=0} = Z_{22}$$

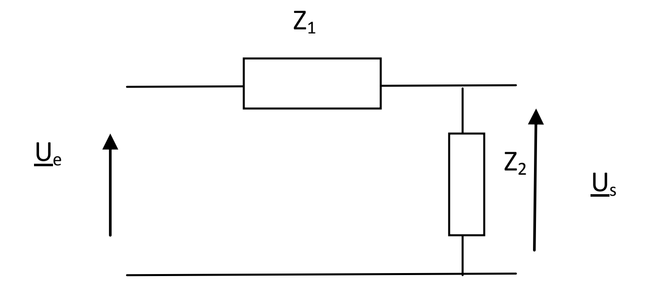
On lit dans d'autres livres dédiés à l'électronique, la seconde définition incohérente avec la première: $\underline{Z_S} = -\left(\frac{\underline{U_S}}{\underline{I_S}}\right)_{\underline{Ue}=0}$

L'impédance de sortie est alors l'impédance équivalente de la représentation de Thévenin vu de la sortie quand la source idéale de tension d'entrée est éteinte soit que la tension d'entrée U_e est prise nulle ou la source idéale de tension d'entrée est remplacée par un fil.

$$\begin{pmatrix} U_e = U_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 = 0 \\ U_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} Z_{11}i_1 = -Z_{12}i_2 \\ U_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \end{pmatrix} \rightarrow U_2 = -Z_{21}\frac{Z_{12}i_2}{Z_{11}} + Z_{22}i_2 = \left(-Z_{21}\frac{Z_{12}}{Z_{11}} + Z_{22}\right)i_2$$

$$Z_s = Z_{22} - Z_{21}\frac{Z_{12}}{Z_{11}}$$

d) Calcul de ces quantités dans le cas des filtres en pont



$$Z_{11} = Z_1 + Z_2 \qquad Z_{22} = Z_2 \qquad Z_{12} = Z_2 = Z_{21}$$

$$H = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}} \qquad \underline{Z_e} = \underline{Z_1} + \underline{Z_2}$$

$$\underline{Z_S} = \underline{Z_2} \quad selon\ la\ \ définition\ 1$$

$$\underline{Z_S} = -Z_{21}\frac{Z_{12}}{Z_{11}} + Z_{22} = Z_2 - \frac{Z_2Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_1Z_2}{Z_1 + Z_2} = Z_1 // Z_2\ selon\ la\ définition\ 2$$

Dans la définition 1 on isole le filtre de son entrée du GBF que l'on déconnecte. Dans la définition 2 on remplace le GBF par un fil, On peut d'ailleurs comprendre le résultat pour la définition 2 comme ceci ; en faisant U_e=0 on met un fil entre l'entrée et la masse Z_1 et Z_2 se retrouvent en //.

La définition 2 est celle qui est le plus communément admise.

Première remarque :

La définition 2 suppose que la source qui alimente l'entrée est une source idéale de tension (sans résistance interne), éteindre cette source revient alors à remplacer cette source par un fil.

Une définition plus élaborée encore tiendrait compte d'un caractère réel du générateur de Thévenin présent à l'entrée, l'éteindre reviendrait alors à le remplacer sa source idéale par un fil et donc le générateur de Thévenin par son impédance interne Z_{int}, l'impédance de sortie du quadripôle s'en trouve modifiée, dans le cas d'un filtre passif en pont elle devient $(Z_{int}+Z_1) // Z_2$

Définition 3 : **L'impédance de sortie est alors l'impédance équivalente de la représentation de Thévenin vue de la sortie quand la source d'entrée est éteinte, c'est à dire remplacée par son impédance interne.**

Second remarque.

Dans le cas d'un filtre actif des sources de courants réelles et des sources de tension réelles sont présentes dans le filtre en plus d'une source réelle pour l'alimenter à l'entrée alors il convient encore de modifier la définition de l'impédance de sortie:

Définition 4 : L'impédance de sortie est l'impédance équivalente de la représentation de Thévenin vue de la sortie quand la **source d'entrée** est éteinte, c'est à dire remplacée par son impédance interne **et que** les sources internes sont éteintes ; c'est à dire que les sources idéales de courant présentes dans les représentations de Norton des sources réelles sont remplacées par des coupe-circuits (on fait η=0, il reste toujours l'impédance interne de chaque source interne) et les sources de tension idéales présentes dans les représentation de Thévenin des sources réelles sont remplacées par des court-circuits (on fait E=0, il reste la encore, l'impédance interne de chaque source interne)

En pratique, on n'a pas nécessairement la possibilité d'éteindre les sources internes et une technique de mesure de l'impédance de sortie sera basée sur la propriété opératoire de l'impédance de sortie :

$$\underline{Z_S} = -\left(\frac{\Delta \underline{U_S}}{\Delta \underline{I_S}}\right)_{\text{sources internes et d'entrée éteintes}}$$

Sources éteintes signifiant bien sur remplacées par leurs impédances internes

III) Catalogue des filtres et de leur diagramme.

Dans un diagramme de Bode, on trace le gain en décibel défini par g $=20\log_{10}G$ et la phase φ de la sortie par rapport à l'entrée en fonction de log x où x est la pulsation réduite, ce qui impose d'avoir fait le choix d'une pulsation de référence.

1) Comparaison

Comparons un diagramme de Bode et un diagramme linéaire relatifs au même filtre, un passe bande

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

T0=1.0

Q=3

xfin,numpoints=20,250

x=np.linspace(0.001,xfin,numpoints)

plt.plot(x,1/((1+Q*Q*(x-1/x)*(x-1/x)))**0.5)

plt.show()

plt.plot(x,np.arctan(-Q*(x-1/x)))

plt.show()

plt.plot(np.log10(x),20*np.log10(1/((1+Q*Q*(x-1/x)*(x-1/x)))**0.5))

plt.show()

plt.plot(np.log10(x),np.arctan(-Q*(x-1/x)))

plt.show()
```

Les différentes décades (intervalle de fréquence ou la fréquence se trouve multipliée par 10) ont un poids égal

Montrons que les asymptotes dont on constate la présence sur le diagramme de Bode étaient prévisibles

$$\underline{H}_{PB} = H_0 \frac{\frac{jx}{Q}}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}} = H_0 \frac{1}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \quad avec \;\; H_0 = 1 \;\; pour \text{ la réalisation R,L,C}$$

$$G = \left\| \underline{H}_{PB} \right\| = \left\| \frac{1}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \right\| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}} \quad g = 20\log_{10} G = 20\log_{10} \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2}} = -10\log_{10}\left(1 + Q^2(x - \frac{1}{x})^2\right)$$

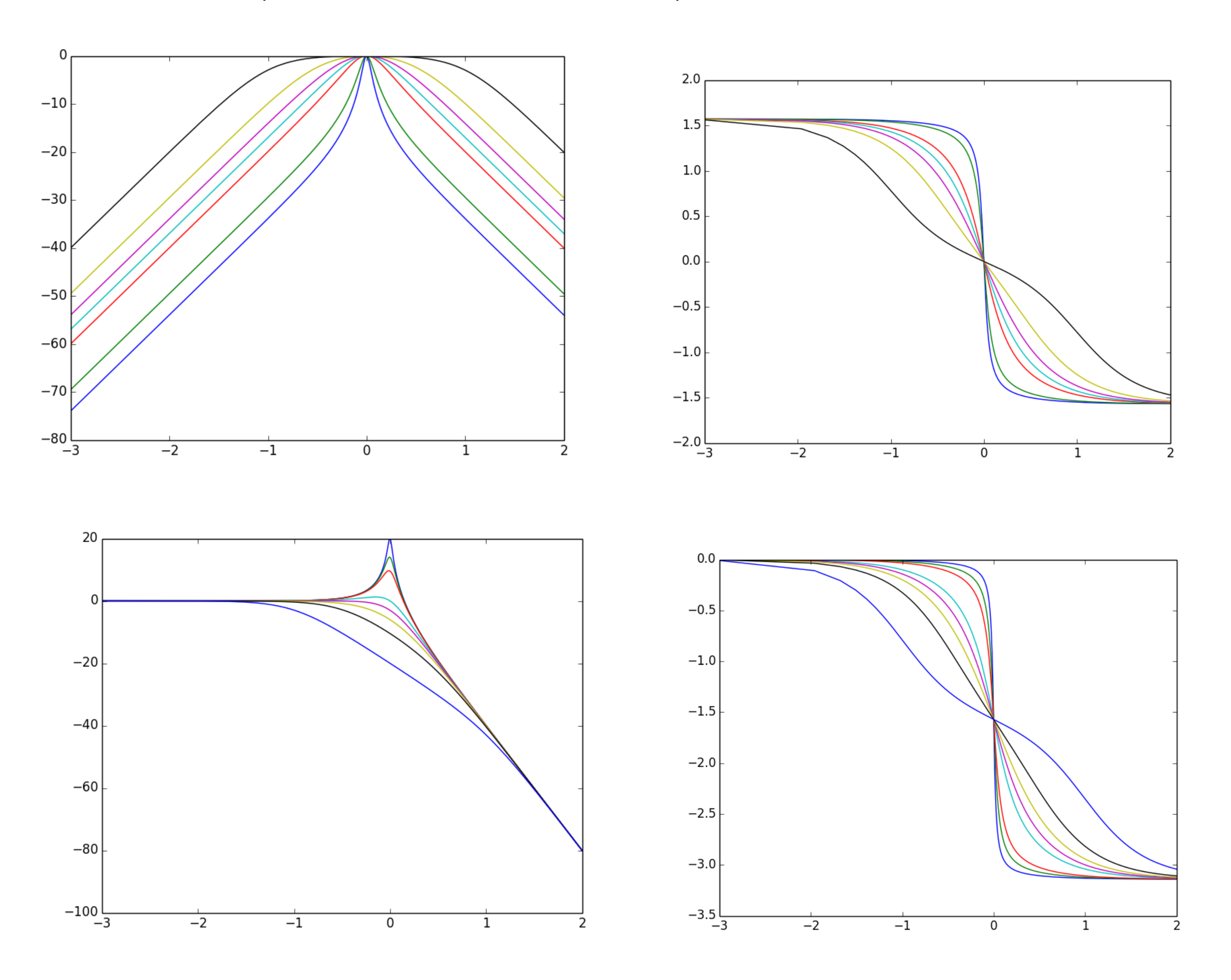
limite basse fréquence $x \to 0$ $\quad g \to -10\log_{10}\left(Q^2(\frac{1}{x})^2\right) = -20\log Q + 20\log x$ $\quad$ pente +20dB/décade

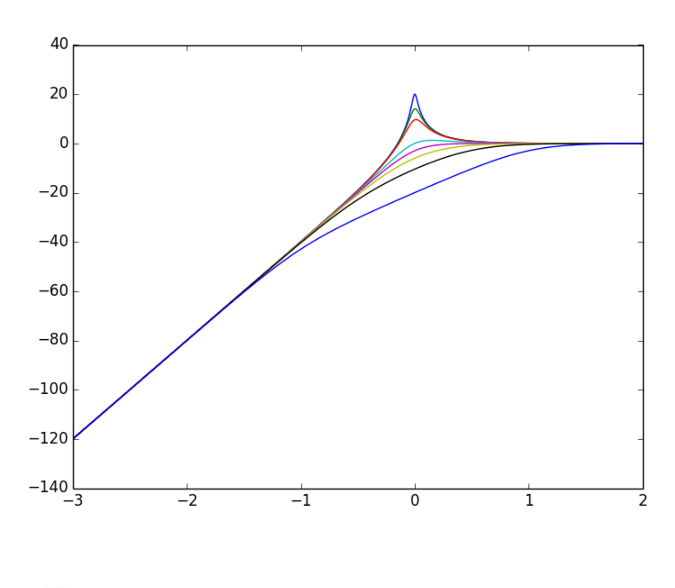
limite haute fréquence $x \to \infty$ $\quad g \to -10\log_{10}\left(Q^2(x)^2\right) = -20\log Q - 20\log x$ $\quad$ pente -20dB/décade

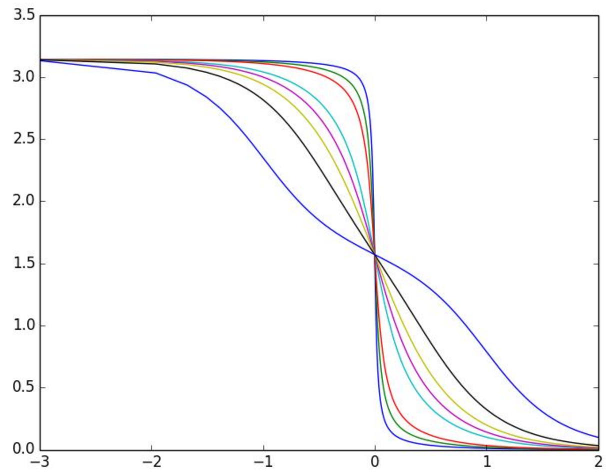
2) Lecture de diagrammes de Bode, on suppose que l'échelle horizontale est log x =log ν/ν_0 avec ν_0=1kHz

Sur les diagrammes de Bode suivants,

Reconnaitre le passe bande et estimer les facteurs de qualité extrêmes du réseau de courbes.



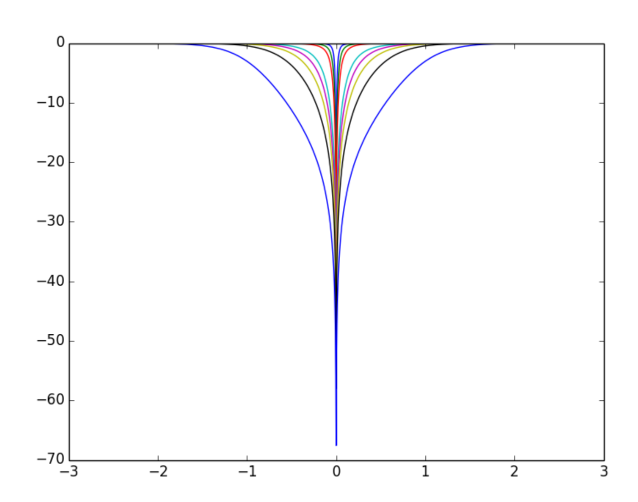


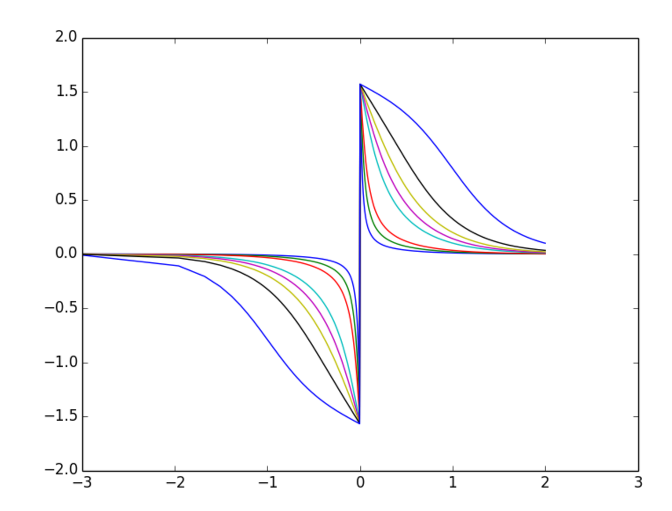


Sur les PB2, PH2 appliquer la technique vue dans le cas des diagrammes linéaires pour estimer la fréquence propre et le facteur de qualité, on rappelle que le diagramme de gain et de phase interviennent conjointement et on adaptera la mesure.

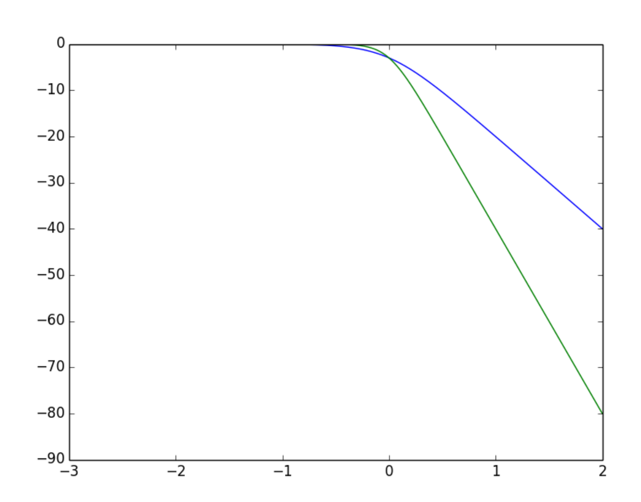
Quelle valeur doit avoir le facteur de qualité d'un PB2 pour qu'il s'écarte le moins possible de ses asymptotes ?
On remarque que selon la valeur du facteur de qualité la courbe se développe au dessus ou en dessous de ses asymptotes.

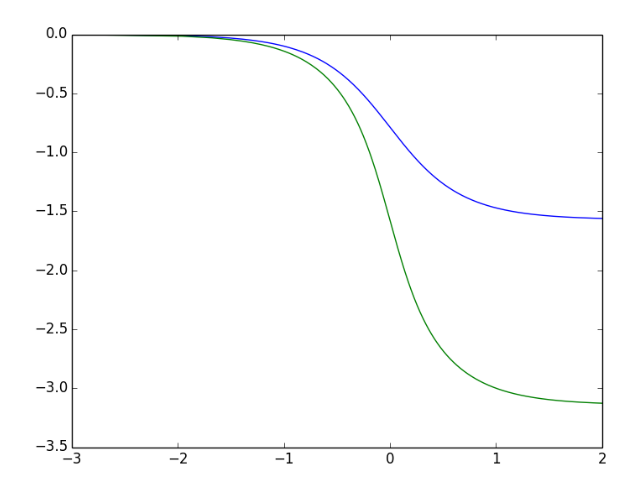
Sur les diagrammes de Bode de Coupe Bande aussi appelé réjecteur, la phase a un comportement inhabituel, lequel ?





Suivent le diagramme d'un PB 1 et le diagramme d'un PB2 pour Q=1/√2 comment reconnaitre l'un et l'autre ?





3) Marges

Remarque en Sciences Industrielles vous apprendrez à lire sur un diagramme de Bode des quantités dites marge de phase et marge de gain, quantités qui seront en rapport avec la stabilité du montage.

4) Diagrammes asymptotiques

Les Diagrammes de Bode sont parfois qualifiés de diagramme asymptotiques, auquel cas on ne trace pas les courbes mais seulement les asymptotes. Ceci nous amène aux questions suivantes ; les courbes s'écartent-elles beaucoup de leurs asymptotes, pour le gain, pour la phase ? Compte tenu de ce que l'électronique grand public utilise des composants à 5%, est-ce très embêtant que la courbe s'écarte ponctuellement de ses asymptotes ?

On montrera que l'asymptote HF du PB2 a pour expression : $-40\log_{10}(x)$, soit une pente de -40dB par décade.

5) Catalogue

Un catalogue, c'est pour faire son choix, nature du filtre ? ordre du filtre ?

6) **Evolution couplées**

Remarque liant phase et amplitude sur les exemples des PB1 et PB2 : une pente de -20 dB/décade est accompagnée d'une diminution de phase de $\pi/2$, une pente de -40dB par décade d'une diminution de phase de π

IV) Gabarit, Cahier des charges

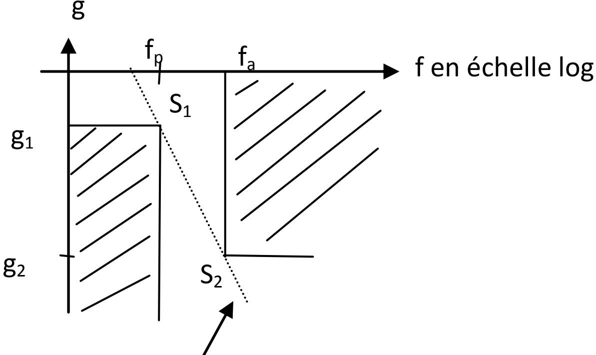
On va expliquer cette notion sur l'exemple d'un passe bas.

Un cahier des charges nous impose 4 quantités :

Dernière fréquence passante fp = 4000Hz, gain minimum = g1 = -3dB pour les fréquences passantes.

Première fréquence atténuée fa=14000Hz, gain maximum pour ces fréquences = g2 = -15dB

Sur un diagramme de Bode de gain cela exclut deux zones rectangulaires infinies (hachurées ci dessous)



Calcul de la pente minimale -12dB en 8000Hz soit en prenant une référence provisoire à 1000Hz de $\log_{10}4$ à $\log_{10}14$

Soit 0.54 soit -22dB/décade ; on doit choisir un PB2 pour satisfaire au cahier des charges.

Prenons le avec un facteur de qualité de 1/√2 il sera sous les asymptotes mais assez proche et on s'en satisfera

Il faut maintenant choisir la fréquence de coupure du passe bas d'ordre 2 afin que l'asymptote passe au plus loin des zones interdites hachurées.

$$g = 20\log_{10}\left\|\frac{1}{1-x^2+\frac{jx}{Q}}\right\| = -20\log_{10}\sqrt{\left(1-x^2\right)^2+\left(\frac{x}{Q}\right)^2} = -10\log_{10}\left[\left(1-x^2\right)^2+\left(\frac{x}{Q}\right)^2\right]$$

asymptote HF $\lim_{x\to\infty} g(x) = -40\log x + 0 = -40\log f + 40\log f_0$

les valeurs limite de f0 correspondent aux passages par les deux points S1 et S2

$-3 = -40\log 4000 + 40\log f_0 \rightarrow f_0 = 3365Hz$

$-15 = -40\log 14000 + 40\log f_0 \rightarrow f_0 = 5903$

Attention dans un diagramme où la pulsation de référence serait celle du filtre PB2, on aurait une droite qui passerait par l'origine , mais à cause du fait que la référence est arbitrairement prise à 1kHz la droite est affine, ce qui est heureux pour réaliser le cahier des charges.

V) Caractère intégrateur ou dérivateur des filtres du Premier ordre

PB1, calculs menés caractère dérivateur, lien HF $\omega >> \omega_0$ T<τ

pour le PB1 on a $\underline{H} = \dfrac{\dfrac{1}{jC\omega}}{R + \dfrac{1}{jC\omega}} = \dfrac{1}{jRC\omega + 1} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \dfrac{\underline{U_C}}{\underline{U_e}} (1)$ $\underline{U_s}\ (jRC\omega + 1) = \underline{U_e}$ $\quad \underline{U_C}\, jRC\omega + \underline{U_C} = \underline{U_e}$ $\quad \tau \dfrac{du_c}{dt} + u_c = u_e (2)$

$Si\ RC\omega >> 1\ soit\ \ \tau\omega >> 1\ \ \ soit\ \ \omega >> \dfrac{1}{\tau} = \omega_0\ \ alors\ \ (1) \rightarrow \dfrac{1}{jRC\omega} \approx \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$ $\quad \underline{U_s} \approx \dfrac{\underline{U_e}}{jRC\omega}$ on a un caractère intégrateur

(dériver c'est multiplier par jω)
dans la partie active du filtre pour les fréquences ou il atténue
interessons nous maintenant à l'équation (2)

Le temps caratéristique de variation de u_e et de uc est noté T alors $\tau \dfrac{du_c}{dt}$ est de l'ordre de $\dfrac{\tau u_c}{T}$ *et* domine u_c $si\ \tau >> T\ \ alors$

$\tau \dfrac{du_c}{dt} \approx u_e (2)$ soit $\tau \dfrac{du_s}{dt} \approx u_e \ \ \rightarrow u_s(t) - u_s(0) \approx \int_0^t \dfrac{u_e}{\tau} dt$ qui montre le caractère intégrateur du filtre

à noter encore que si on remarque que $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ les deux conditions $\tau >> T\ \ et\ \ \omega >> \dfrac{1}{\tau} = \omega_0$ sont clairement identiques

VI) Problèmes de filtrage

1) Deux remarques en liaison avec la leçon suivante

a) Déformation

Les fréquences qui sont filtrées sont atténuées et déphasées différemment les unes des autres, si on a affaire à un signal complexe somme de plusieurs signaux de fréquences différentes la partie filtrée est déformée pas seulement atténuée. Ceci peut présenter une utilité (on en reparlera dans la leçon suivante filtrage linéaire), intégration ou dérivation d'un signal autre que sinusoïdal ou être considéré comme un défaut sans importance puisque l'on se cherche en général à se débarrasser de ses composantes.

Mais les composantes qui passent près de la coupure et qui ne devraient ne subir ni gain ni déphasage si le Bode était identique à ses asymptotes peuvent aussi être abimées, ceci peut être préjudiciable ; les électroniciens ont inventé différents filtres qui vont privilégier des qualités sur la phase ou le gain.

b) Retard

On a vu dans la leçon précédente que dériver était équivalent à prendre une avance de phase quadrature (caractère prédictif de la dérivation) toutefois il ne faudrait pas croire qu'un circuit retardateur est un simple circuit déphaseur ;Il faut une phase spécifique pour chaque fréquence on en reparlera aussi dans la leçon filtrage linéaire

2) Mise en cascade

a) Filtre chargé

La fonction de transfert est définie à vide, si on veut mettre un filtre en cascade derrière un autre, on ne pourra pas multiplier les fonctions de transfert. Sauf si l'impédance d'entrée du second filtre est infinie ou en pratique grande devant l'impédance de sortie du premier filtre.

b) Exemple d'un filtre PB1 en cascade avec un filtre PH1, loi des nœuds. Voir TD

c) Solution suiveur l'AO étant hors programme cette solution ne devrait apparaitre dans un problème qu'avec le mode d'emploi (l'impédance d'entrée d'un montage suiveur est quasi-infinie son impédance de sortie quasi-nulle et son gain est égal à 1)